

Pismeni ispit

Predmet: Matematičke metode fizike 1

24.02.2010.

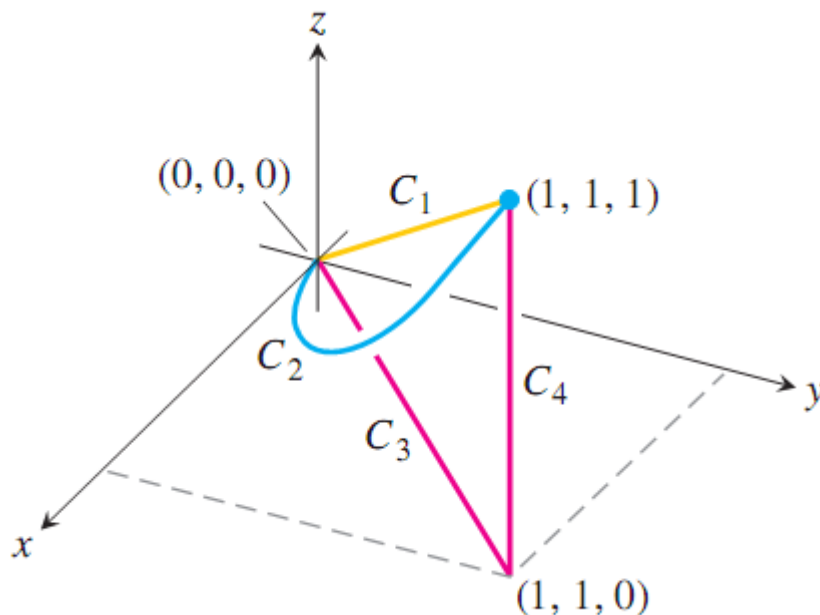


1. (20) Ako je $\Phi = x^2yz^3$ te $\vec{F} = xz\hat{i} - y^2\hat{j} + 2x^2y\hat{k}$, odredite:

- (a) $\nabla\Phi$; (b) $\nabla\vec{F}$; (c) $\nabla \times \vec{F}$; (d) $\text{div}(\Phi\vec{F})$.

2. (20) Dano je skalarno polje $\Phi = \rho^3 \sin \varphi$. Odredite polje Φ u Kartezijevim koordinatama, izračunajte gradijent polja Φ u Kartezijevom i polarnom cilindričnom koordinatnom sustavu te ih usporedite.

3. (20) Odredite rad koji obavi sila $\vec{F} = (3x^2 - 3x)\hat{i} + 3z\hat{j} + \hat{k}$ od točke $(0,0,0)$ do $(1,1,1)$ duž zakrivljene krivulje C_2 prikazane na slici dolje, a zadane parametarski $\vec{r}(t) = t\hat{i} + t^2\hat{j} + t^4\hat{k}$, $0 \leq t \leq 1$.



4. (20) Od svih mogućih kvadara, definiranih nejednadžbama $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $0 \leq z \leq 1$, odredite onaj za koji je ukupni tok polja $\vec{F} = (-x^2 - 4xy)\hat{i} - 6yz\hat{j} + 12z\hat{k}$ prema vani kroz svih 6 površina najveći. Koliko iznosi najveći tok?

5. (20) Dokažite:

- a) Skalarni produkt invarijantan je na rotacije.
- b) Ako je rang tenzora \tilde{A} i \tilde{B} naznačen brojem indeksa u relacija $K_j^i A^j = B^i$, koja vrijedi u svim (zarotiranim) Kartezijevim sustavima, tada je \tilde{K} tenzor ranga 2.